Scuole italiane all'estero • Europa

2 Da un'analisi di mercato è risultato che il 32% della popolazione usa il prodotto A. Scelto a caso un gruppo di 12 persone, determinare il valore medio, la varianza e la deviazione standard della variabile casuale X = «numero di persone che usa il prodotto A». Calcolare inoltre la probabilità che, all'interno del gruppo scelto, il numero di persone che usano detto prodotto sia compreso tra 2 e 5, estremi inclusi.

2 La probabilità che una persona del gruppo usi il prodotto A è $p = 0,32$. La probabilità contraria, che la persona non usi il prodotto A, è $q = 1 - 0,32 = 0,68$.
La variabile casuale X = «numero di persone che usa il prodotto A» è una variabile casuale discreta con distribuzione binomiale di parametri $n = 12$ e $p = 0,32$.
In generale, il valor medio di una variabile casuale discreta binomiale di parametri n e p è $\mu = np$; nel nostro caso:

$$\mu = 12 \cdot 0,32 = 3,84.$$

La varianza è invece data da $\sigma^2 = npq$, che nel nostro caso restituisce il valore:

$$\sigma^2 = 12 \cdot 0,32 \cdot 0,68 = 2,6112.$$

La deviazione standard risulta:

$$\sigma = \sqrt{2,6112} \simeq 1,616.$$

La probabilità che m persone scelte a caso dal gruppo di 12 persone usino il prodotto A è espressa da:

$$p(X = m) = \binom{12}{m} p^m q^{12-m},$$

con m naturale compreso fra 0 e 12.

La probabilità che, all'interno del gruppo, il numero di persone che usano il prodotto A sia compreso tra 2 e 5, estremi inclusi, è quindi data da:

$$p(2 \leq X \leq 5) = p(X=2) + p(X=3) + p(X=4) + p(X=5) =$$

$$\binom{12}{2} 0,32^2 \cdot 0,68^{10} + \binom{12}{3} 0,32^3 \cdot 0,68^9 + \binom{12}{4} 0,32^4 \cdot 0,68^8 + \binom{12}{5} 0,32^5 \cdot 0,68^7 \simeq$$

$$0,1429 + 0,2241 + 0,2373 + 0,1787 = 0,783 = 78,3\%.$$