

- 3** Durante il picco massimo di un'epidemia di influenza il 15% della popolazione è a casa ammalato:
- a. qual è la probabilità che in una classe di 20 alunni ce ne siano più di due assenti per l'influenza?
 - b. descrivere le operazioni da compiere per verificare che, se l'intera scuola ha 500 alunni, la probabilità che ce ne siano più di 50 influenzati è maggiore del 99%.

3 Indichiamo con $p = 0,15$ la probabilità che una persona della popolazione sia influenzata.

- a. Consideriamo la variabile casuale discreta $X = \text{«numero di alunni influenzati»}$. Tale variabile segue una distribuzione di probabilità binomiale. Possiamo quindi calcolare la probabilità che più di due alunni, in una classe di 20 alunni, siano a casa influenzati mediante la differenza:

$$p(X > 2) = 1 - p(X = 0) - p(X = 1) - p(X = 2).$$

Calcoliamo separatamente i diversi termini:

$$p(X = 0) = \binom{20}{0} p^0 (1-p)^{20} = 1 \cdot 1 \cdot 0,85^{20} \simeq 0,039 \rightarrow 3,9\%,$$

$$p(X = 1) = \binom{20}{1} p^1 (1-p)^{19} = 20 \cdot 0,15 \cdot 0,85^{19} \simeq 0,137 \rightarrow 13,7\%,$$

$$p(X = 2) = \binom{20}{2} p^2 (1-p)^{18} = 190 \cdot 0,15^2 \cdot 0,85^{18} \simeq 0,229 \rightarrow 22,9\%.$$

Risulta dunque:

$$p(X > 2) \simeq 1 - 0,039 - 0,137 - 0,229 = 0,595 \rightarrow 59,5\%.$$

La probabilità che siano a casa influenzati almeno 3 studenti della classe è quasi il 60%.

- b. Più in generale, riferendosi alla popolazione di 500 studenti della scuola, la probabilità che ce ne siano più di 50 a casa ammalati è data da:

$$p(X > 50) = 1 - \sum_{n=0}^{50} p(X = n) = 1 - \sum_{n=0}^{50} \binom{500}{n} 0,15^n \cdot 0,85^{500-n}.$$

I calcoli in questo caso sono molto laboriosi e per il loro sviluppo sarebbe opportuno ricorrere a un foglio elettronico. Potendo implementare il calcolo a computer, si trova:

$$p(X > 50) \simeq 0,999 \rightarrow 99,9\%.$$